$$\Rightarrow \begin{cases} 2m = \frac{4}{45} \\ k = \frac{1}{10} - m \\ a = \frac{1}{15} - m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{45} \\ k = \frac{1}{10} - \frac{2}{45} \\ a = \frac{1}{15} - \frac{2}{45} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{45} \\ k = \frac{5}{90} = \frac{1}{18} \\ a = \frac{1}{90} \end{cases}$$

$x(a+m+k) = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{a+m+k} = \frac{2}{\frac{2}{45} + \frac{1}{15} + \frac{1}{90}} = \frac{2}{\frac{4+5+1}{90}} =$

$= \frac{2}{\frac{10}{90}} = \frac{2}{\frac{1}{9}} = 2 : \frac{1}{9} = \frac{2 \cdot 9}{1} = 18$ (мин.)

Ответ: за 18 мин.

$\sqrt{6}$ 4

$$\left| \frac{x^3 + (x-2)^2 - (x^2-2)x - 12}{\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} - x} \right| = a^2 + 2.$$

$$\left| \frac{x^3 + x^2 - 4x + 4 - x^3 + 2x + 12}{\sqrt{\frac{48}{3}} - x} \right| = a^2 + 2.$$

$$\left| \frac{x^2 - 2x - 8}{4 - x} \right| = a^2 + 2 \qquad \text{ОДЗ: } x \neq 4$$

$$\left| \frac{(x-4)(x+2)}{-(x-4)} \right| = a^2 + 2 \Rightarrow \left| -(x+2) \right| = a^2 + 2$$

$$|x+2| = a^2 + 2.$$

$\geq 0 \qquad \geq 0$

~~При $x \in$~~ Т.к. решения должны быть:

$x \in (0; 4) \cup (4; +\infty) \Rightarrow |x+2| = x+2 = a^2 + 2$

$a = \sqrt{x} \Rightarrow a \in (0; 2) \cup (2; +\infty)$

Ответ: При $a \in (0; 2) \cup (2; +\infty)$

olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 3

№1.

Пусть:

m – скорость ходьбы Миши

k – скорость ходьбы Кирилла

a – скорость ходьбы Артура.

Тогда

$10(m+k)=1$ (вместе 1 корзину за 10 мин вместе)

$15(a+k)=1$ (столько же собрали)

$18(m+a)=1$.

x – время за которое вместе соберут 2 корзины.

$X(a+m+k)=2$.

$$\begin{cases} 10(m+k)=1 \\ 15(a+k)=1 \\ 18(m+a)=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+k=\frac{1}{10} \\ a+k=\frac{1}{15} \\ m+a=\frac{1}{18} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k=\frac{1}{10}-m \\ a+\frac{1}{10}-m=\frac{1}{15} \\ a+m=\frac{1}{18} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k=\frac{1}{10}-m \\ m-a=\frac{1}{10}-\frac{1}{15} \\ m+a=\frac{1}{18} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k=\frac{1}{10}-m \\ m-a=\frac{1}{30} \\ m+a=\frac{1}{18} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k=\frac{1}{10}-m \\ a=\frac{1}{18}-m \\ 2m=\frac{1}{30}+\frac{1}{18} \end{cases} \Rightarrow$$

Можно использовать оборот листа для записи решений

№ 2

$(y-1)(4x+8) = 3x^2 - x - 14$

$3x^2 - x - 14 = 0$

Один из корней: -2 => по т. Виета другой:

$$\begin{cases} -2x_2 = -\frac{14}{3} \\ -2 + x_2 = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x_2 = 2\frac{1}{3}.$$ Тогда: $3x^2 - x - 14 =$

$= 3(x+2)(x-2\frac{1}{3}) = (x+2)(3x-7)$

$(y-1)(4x+8) = (x+2)(3x-7)$.

При $x = -2$; $y \in R$ => $x = -2$; $y \in Z$.

При $x \in (-2; 2\frac{1}{3})$: $(x+2)(3x-7) < 0$.

$(4x+8) > 0 \Rightarrow y - 1 < 0 \Rightarrow y < 1$.

При $x \in (-2; 2\frac{1}{3})$: $y < 1$ и $x, y \in Z$.

При $x \in (2\frac{1}{3}; +\infty)$: $(x+2)(3x-7) > 0$, $4x+8 > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y - 1 > 0 \Rightarrow y > 1$ и $x, y \in Z$.

При $x \in (-\infty; -2)$: $(x+2)(3x-7) > 0 \Rightarrow$, $4x+8 < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y - 2 < 0 \Rightarrow y < 1$, $x, y \in Z$.

Ответ: Выше.

№3

Дано:

$AB = \frac{BC}{2}$ $\square ABCD$

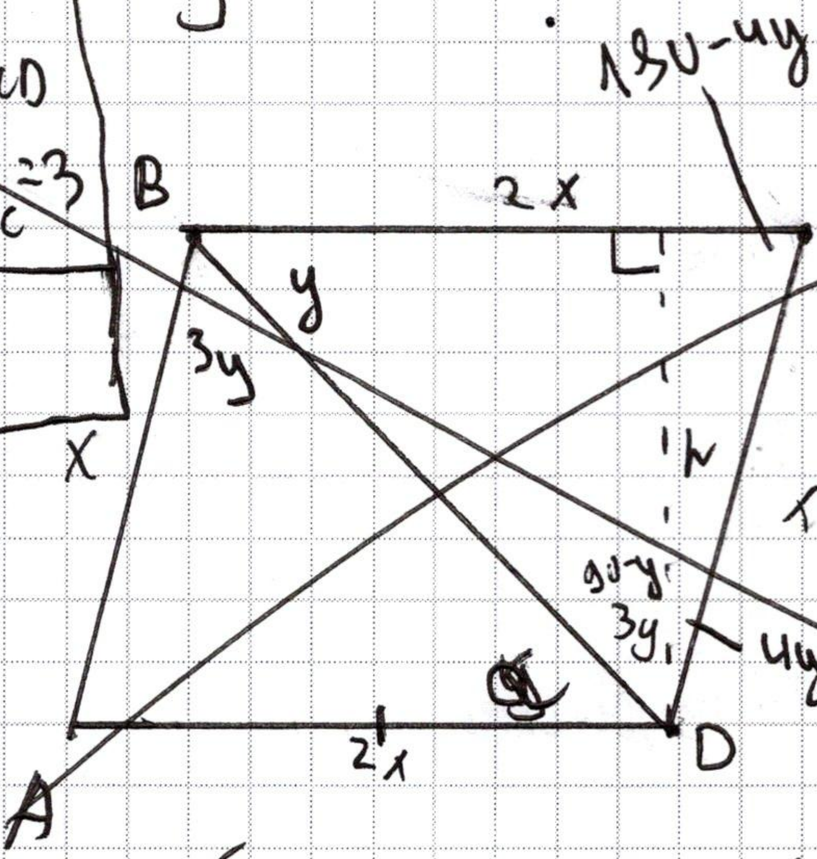
$\frac{\angle ABD}{\angle DBC} = 3$

$S = 10\sqrt{3}$

---

h ?

Рисунок:



Решение:

Площади параллелограмма:

$S = BC \cdot h_2 = AB \cdot h_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x h_1 = x h_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow h_2 = h_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow h_1 = h$; $h_2 = 2h$.

Ни другой способ решения.

№5

Дано:

$\square KLMN$

$AL = AN$

$LA \perp KM$

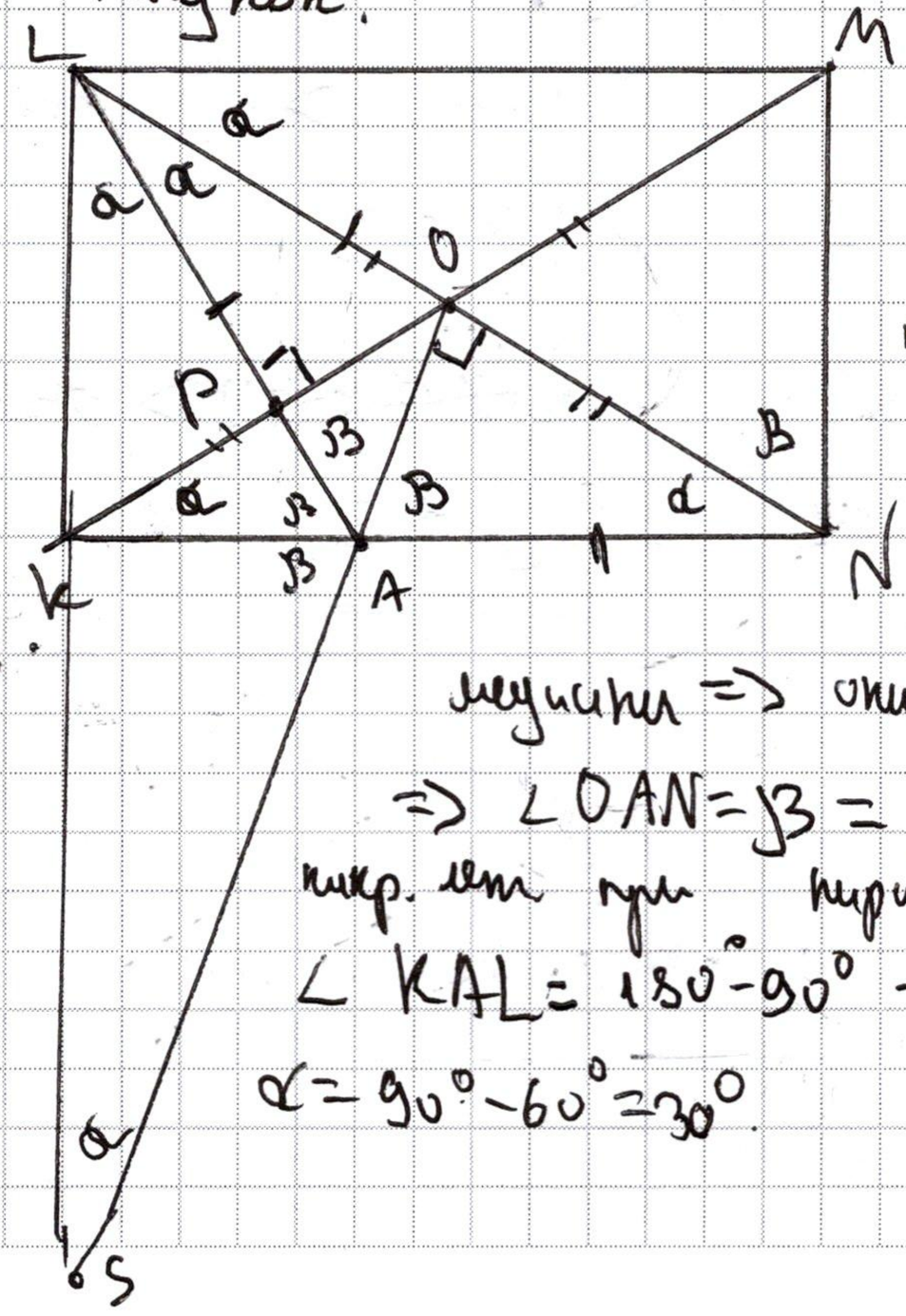
$OA \cap LK = S$

---

1) $\frac{AK}{AN}$?

2) $\frac{SL}{LA}$?

Рисунок:



Решение:

Пусть $\angle KNO = \alpha$;

$\angle MNL = \beta$. Тогда

по св. диагоналей $\square$-ка:

$\angle NKO = \angle ALN = \alpha$.

В диагональ. $\triangle ALN$ – равнобедр. – медиана $\Rightarrow$ она и биссектр. и высота. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle OAN = \beta = \angle LAO$. $\angle NLM = \angle KNL$ как накр. леж. при парал. прямых и сек.

$\angle KAL = 180° - 90° - \alpha = \beta$. $\Rightarrow 3\beta = 180° \Rightarrow \beta = 60°$,

$\alpha = 90° - 60° = 30°$.

olymp.bmstu.ru

Т.к. $\alpha = 30°$, то $3\alpha = 90°$ $\Rightarrow$ по т. Пифагора:

$BD = \sqrt{4x^2 - x^2} = \sqrt{3} \cdot x$. Тогда $S_{ABD} = \frac{x \cdot \sqrt{3}x}{2} =$

$= \frac{2hx}{2}$

$\frac{\sqrt{3}x^2}{2} = \frac{2h\alpha}{2} \Rightarrow \sqrt{3}x^2 = 2hx$

$\sqrt{3}x = 2h \Rightarrow x = \frac{2h\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}h}{3}$.

$2hx = S$

$\frac{2\sqrt{3} \cdot h}{3} \cdot h \cdot 2 = S \Rightarrow \frac{4\sqrt{3}h^2}{3} = S$

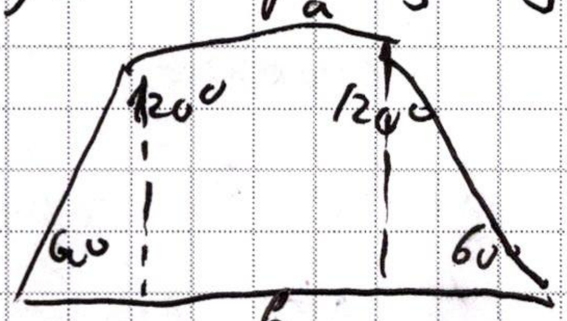
$\frac{4\sqrt{3}h^2}{3} = 10\sqrt{3} \Rightarrow h^2 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 3}{4_2} = 7{,}5$

$h = \sqrt{7{,}5} = \sqrt{25 \cdot 0{,}3} = 5\sqrt{0{,}3}$.

Ответ: $h = 5\sqrt{0{,}3}$.

$\sqrt{0}$ 6

1) Для прямоугольного $S_{прям.} = h \cdot b = 6 \cdot 6 = 36$.



2) Для полукруглого $S_{полукр.} = \frac{\sqrt{11}r^2}{2} = \frac{\sqrt{11} \cdot 36 \cdot \sqrt{3}}{2} =$

$r = 6\sqrt{\frac{n}{\sqrt{3}}} = \frac{18\sqrt{11}}{\sqrt{3}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{11}^2}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}\sqrt{11}^2$

3) Для квадратного $S_{квадр.} = a^2 = (6\sqrt{3})^2 = 36\sqrt{3}$.

Тогда $S_{4\square} = 144$, $S_{1п} = 6\sqrt{3}\sqrt{11}^2 = 59{,}1576\sqrt{3}$.

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

Тогда по св. прямоугол Δ-ка с $\angle$ углом 30°

$AK = 2AP$. $AK = AD = 2AP$. Аналогично $AL = 2AD = 4AP$.

$AL = AN = 4AP$

$\frac{AK}{AN} = \frac{2AP}{4AP} = \frac{1}{2}$.

Т.к. $\alpha = 30° \Rightarrow \angle SLA = \alpha$, $\angle KAS = \beta \Rightarrow \angle KSA = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta ALS$ – равнобедр. Тогда $AS = 2AK \Rightarrow$ по т. Пифагора

$SK = \sqrt{AS^2 - AK^2} = \sqrt{4AK^2 - AK^2} = \sqrt{3} \cdot AK$

$SL = 2SK = 2 \cdot \sqrt{3} AK$ $LA = 2AK \Rightarrow \frac{SL}{LA} = \frac{2 \cdot \sqrt{3} AK}{2AK} = \sqrt{3}$.

Ответ: 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\sqrt{3}$.

Дано:

$\square ABCD$

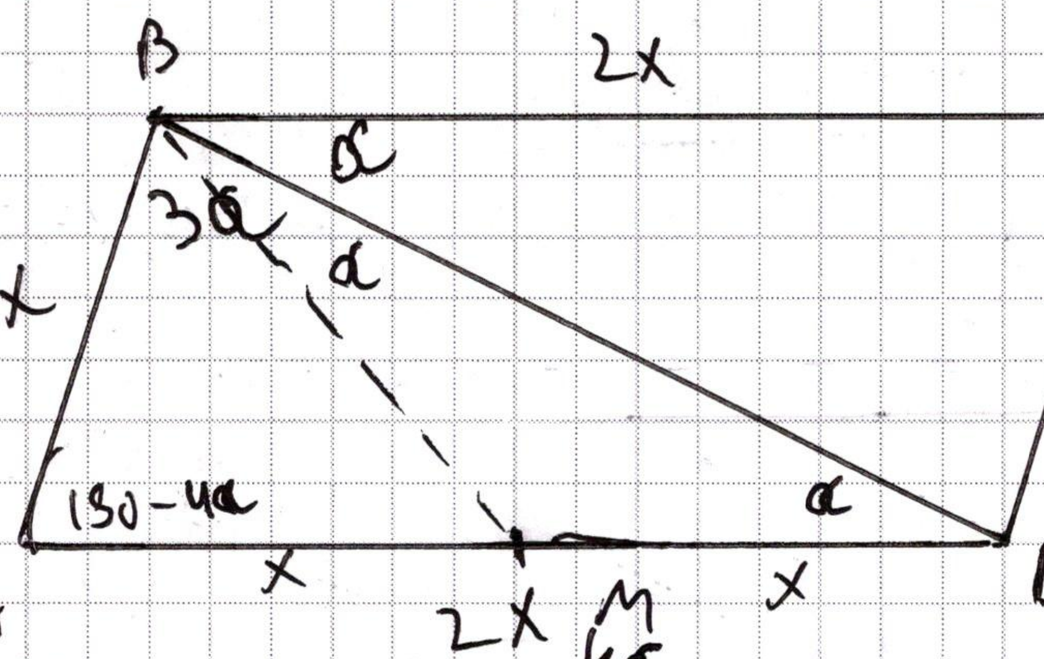
$\frac{\angle ABD}{\angle DBC} = 3$

$\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$

$S = 10\sqrt{3}$

h – ?

Рисунок:



Решение:

Пусть M – середина AD. Проведем BM. Тогда

ΔABM – равнобедр.

$\angle ABM = 180 - 3\alpha - \alpha = 180 - 4\alpha$.

Тогда $\angle ABM = \angle AMB = \frac{4\alpha}{2} = 2\alpha$. По т. о внеш. угле

Δ-ка: $\angle ADB = \angle DBM = \alpha$ ($\angle DBM = 3\alpha - 2\alpha = \alpha$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow BM = x \Rightarrow \Delta ABM$ – равнобедренный $\Rightarrow 2\alpha = 60° \Rightarrow \alpha = 30°$.

Можно использовать оборот листа для записи решений